

# CALIFICACIÓN DE ESTUDIANTES POR MEDIO DE UN SISTEMA DE LÓGICA DIFUSA

Iván Darío Gómez Araújo, Jabid Eduardo Quiroga Méndez y Neyid Mauricio Jaspón Carvajal

Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga (Colombia)

## Resumen

Un sistema de inferencia difusa es implementado para realizar la calificación del desempeño de los estudiantes en una asignatura. La propuesta desarrollada se compone de variables de entrada cuantitativas como son los resultados de las pruebas escritas y tareas y una cualitativa denominada motivación del estudiante. Las reglas difusas se generan de manera automática a partir de la utilización de la aritmética difusa, el promedio ponderado difuso y la distancia entre conjuntos difusos. El sistema propuesto puede emplearse para la calificación del desempeño de los estudiantes en cualquier asignatura y de manera automática produce como salida un escalar que se constituye en el resultado cuantitativo del proceso de valoración. La metodología es implementada usando Matlab® y se valida a través del uso de distintos escenarios de evaluación que demostraron que el sistema difuso propuesto es confiable y robusto para establecer decisiones de aprobación de un curso.

**Palabras claves:** Lógica difusa, evaluación de estudiantes, sistema de inferencia difuso.

## Abstract

A fuzzy inference system is implemented to perform student's assessment in a course. The proposed system includes quantitative inputs i.e grades, assignments and qualitative inputs as the student's motivation. The algorithm incorporates a methodology for generation of fuzzy rules via fuzzy arithmetic, weighted fuzzy average and the distance among fuzzy sets. The proposed fuzzy system can be used in any course and it produces a scalar as output which represents the final grade. The methodology is developed using Matlab® and it is validated using different assessment scenarios to demonstrate that the proposed fuzzy system is reliable and robust to decide the approval of a course.

**Keywords:** Fuzzy Logic, student's evaluation, fuzzy interference system.

## Introducción

La evaluación del desempeño de los estudiantes es desde el ámbito pedagógico una tarea compleja y que involucra muchas dimensiones del evaluado. En este trabajo se propone una herramienta instrumental para acreditar, promover y valorar el desempeño de los estudiantes. El sistema de inferencia difuso propuesto no tiene como objetivo la identificación de avances y deficiencias en la formación, simplemente se califica entendiéndose como la valoración cuantitativa de un trabajo de manera global y objetiva. Por otro lado, aunque la propuesta tiene como propósito definir una cantidad escalar, en su determinación es usada la motivación lo cual constituye un avance hacia el planteamiento de una evaluación más completa desde el punto de vista pedagógico.

La calificación del desempeño del estudiante es en esencia un proceso de cuantificación del aprendizaje adquirido por el estudiante en relación a los objetivos propuestos de la asignatura. En este esquema de evaluación se identifican elementos como variables cuantificables y variables de difícil asignación numérica, lo cual permite postular a la evaluación educativa del desempeño de los estudiantes en un curso como un sistema que puede implementarse mediante la lógica difusa (Biswa, 1995; Chen *et al.*, 1999).

En el proceso de calificación, la determinación de la aprobación del curso por parte del estudiante puede producir incertidumbre cuando la nota final se encuentra en la proximidad numérica del umbral, establecido como valor aprobatorio.

La anterior situación ha motivado a los autores a proponer un método alternativo de calificación, usando herramientas computacionales de inteligencia artificial. Este sistema de inteligencia artificial se basa en la lógica difusa en la cual se integran además de las calificaciones asignadas a pruebas escritas y trabajos, variables de tipo subjetivo. Los componentes subjetivos empleados como entradas al sistema de lógica difusa corresponden a la valoración de la actitud asumida por el estudiante frente a la asignatura en aspectos tales como: el interés en los temas expuestos y el curso en general, la participación y otros elementos que se pueden evaluar usando términos lingüísticos y que en el esquema tradicional generalmente no

hacen parte del componente numérico asignado al desempeño de los estudiantes.

## Marco teórico

La lógica difusa es un método de razonamiento artificial similar al pensamiento humano, que permite procesar información incompleta o incierta. Fue introducida por el Dr. Lotfi Zadeh de UC/Berkeley en los años 60 como medio para modelar la incertidumbre del lenguaje natural. La lógica difusa, se llama difusa porque involucra la incertidumbre en el análisis de la información. Lo difuso es la ambigüedad que puede ser encontrada en la definición de un concepto o en el significado de una palabra. Por ejemplo, la incertidumbre asociada al nivel de desempeño y aprendizaje del estudiante en un curso en las expresiones como, “*estudiante deficiente*”, “*estudiante bueno*”, “*estudiante excelente*”.

### Representación de los conjuntos difusos y funciones de pertenencia

Si  $X$  es una colección de objetos o datos, denotados generalmente por  $x$ ,  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ , luego un subconjunto difuso  $A$  en  $X$  es un conjunto de pares ordenados.

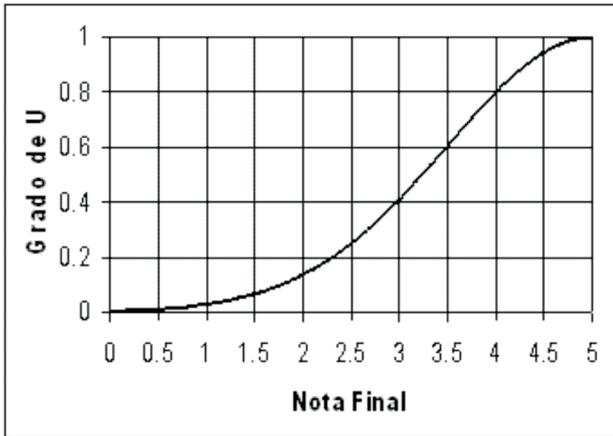
$$A = \{\mu_A(x) | x, x \in X\} \quad (1)$$

Donde  $\mu_A(x)$  es llamada la *función de pertenencia o grado de pertenencia* de  $x$  en  $A$ , es decir,  $\mu_A(x)$ . La función de pertenencia define el grado en el cual el elemento  $x$  del conjunto  $X$  está incluido en el subconjunto  $A$ . Es así como la función de pertenencia es la que define el conjunto difuso.

A manera de ejemplo, se ilustra el caso de la determinación de la pertenencia del estudiante al conjunto de “*estudiante excelente*” basado en su nota final, la cual se expresa en un rango entre [0-5]. Si se establece un eje horizontal  $x$  que corresponde al valor de la nota final y un eje vertical  $\mu$  que corresponde al grado de pertenencia entre [0-1], se puede graficar la función de pertenencia definida por el experto, ver gráfica 1, que representaría la ambigüedad del término “*estudiante excelente*” en términos de su nota final.

Las relaciones de pertenencia no son únicas y dependen del contexto. Para su definición se utilizan funciones de formas estándar como trapezoidales, triangular, exponencial, entre otras.

Gráfica 1. Grado del “estudiante excelente”



**Construcción de las funciones de pertenencia**

La construcción de un conjunto difuso supone la construcción de su función de pertenencia. Esta se puede determinar con base en criterios individuales (subjetivos u objetivos), criterios colectivos, procedimientos analíticos, procedimientos experimentales, etc. Esta tarea implica el uso de técnicas interdisciplinarias como el muestreo y cálculo frecuencial en el sentido clásico estadístico, teoría de la medición o de magnitudes, teoría de la información, teoría de los índices, teoría de la decisión (Trillas *et al.*, 1995).

**Variables lingüísticas**

La variable lingüística es aquella que procede del lenguaje natural y que se emplea en los sistemas difusos para determinar un calificativo o una valoración. De una manera más formal, una variable lingüística, se obtiene a partir de un predicado vago principal *P*, planteamiento de un antónimo *Ant P* y de una familia {*M1, M2, ...*} de modificadores lingüísticos aplicados a los predicados. Con esto, se obtienen los valores lingüísticos principales de la variable y, a su vez, aplicando a estos los conectivos lógicos (nor, or y and) se obtienen los valores secundarios. Los seres humanos pueden graduar el lenguaje como variables lingüísticas pero estas son limitadas a un número corto entre 5 y 9 rangos para limitar la calificación o evaluación de un fenómeno (Holgado, 1995).

**Operaciones aritméticas difusas**

La aritmética básica difusa Ecs (4-6) se basa en el principio de extensión (Zadeh, 1965). A partir de la definición de los conjuntos *A* y *B* como:

$$A = \{\mu(i) | i\} \quad (2)$$

$$B = \{\mu(j) | j\} \quad (3)$$

Las operaciones básicas se enuncian de la siguiente forma:

a) Adición

$$A + B = \max \{\min(\mu_A(i), \mu_B(j) | [i + j])\} \quad (4)$$

b) Producto

$$A \cdot B = \max \{\min(\mu_A(i), \mu_B(j) | [i \cdot j])\} \quad (5)$$

c) División

$$A \oplus B = \max \{\min(\mu_A(i), \mu_B(j) | [i \oplus j])\} \quad (6)$$

Los conjuntos difusos resultantes de estas definiciones son siempre intervalos difusos si *A* y *B* son intervalos, y números difusos si *A* y *B* son números difusos.

**Peso promedio difuso**

La definición de peso promedio *R*, Ec. (7) puede extenderse para proveer un peso promedio difuso donde las dos entidades *W<sub>i</sub>* y *r<sub>i</sub>* son cantidades difusas (Tee *et al.*, 1988).

$$R = \frac{\sum_i^n W_i r_i}{\sum_i^n W_i} \quad (7)$$

De acuerdo con la Ec. (7) el cálculo del peso promedio difuso requiere de las Ecs (4-6) (Jones *et al.*, 1986).

El concepto de peso promedio difuso se introduce en este trabajo para considerar diferentes pesos a cada una de las notas o aspectos a tener en cuenta en la definición de la nota final.

## Distancia entre conjuntos

Una vez calculado el peso promedio se obtiene el conjunto difuso resultante. Para obtener una respuesta que se pueda interpretar se necesita transformar el conjunto difuso resultante en una expresión del lenguaje natural. Lo anterior involucra la distancia entre el conjunto resultante y el conjunto base de las expresiones del lenguaje natural.

En general, la distancia entre dos conjuntos difusos  $A$  y  $C$  se puede definir utilizando diversas medidas, siendo las más frecuentes Hamming, Euclidea y Minkowski (Martín del Brío *et al.*, 1997; Zimmermann, 1996; Klir *et al.*, 1988). La expresión utilizada en el presente trabajo es la Hamming, ver Ec. (8)

$$\text{Distancia } (A, C) = \sum_x^n (\mu_A(x) - \mu_C(x)) \quad (8)$$

## Transformación del dominio lingüístico al escalar

Los sistemas basados en sistemas difusos producen resultados que corresponden a variables lingüísticas. En muchas aplicaciones las variables lingüísticas no son convenientes, por lo tanto, es necesario un proceso para transformar las salidas del sistema difuso en términos escalares. Entre las diversas posibilidades para realizar esta transformación se escogió el centro de gravedad  $y_0(B)$  en Ec (9).

El centro de gravedad tiene asociada la ventaja de considerar toda la función de pertenencia en el proceso de transformación; lo cual corresponde a una estrategia de valor medio. El valor de  $y_0(B)$  se refiere a la media de los pesos de todo el  $\text{supp}(B)$  (los argumentos de conjunto difuso cuyas funciones de pertenencia son mayores que cero) como:

$$y_0(B) = \frac{1}{\text{card}(B)} \sum_{y \in B_{\max}} y \mu_B(y) \quad (9)$$

Siendo  $\text{card}(B)$  la suma de las funciones de pertenencia  $\mu_B(y)$ ,  $B$  la salida difusa y  $\mu_B$  su función de pertenencia.

## Sistema de inferencia de difuso

La inferencia difusa es un proceso de mapeo de unas entradas hacia unas salidas dadas usando lógica difusa. Por lo tanto, el mapeo provee una base para toma de decisiones en un sistema experto. El proceso de inferencia difusa se compone de funciones de pertenencia, operaciones lógicas y reglas *IF, THEN*.

El método de inferencia difuso de Mamdani (Mamdani, 1975) empleado en este trabajo utiliza 5 procesos, que se componen de las siguientes etapas: “transformación de las variables de entrada de escalares a lingüísticas”, “aplicación de los operadores difusos (AND Y OR) en el antecedente”, “implicación del antecedente al consecuyente”, “agregación del consecuyente por las reglas y “transformación del dominio lingüístico al escalar”.

## Descripción de la metodología implementada

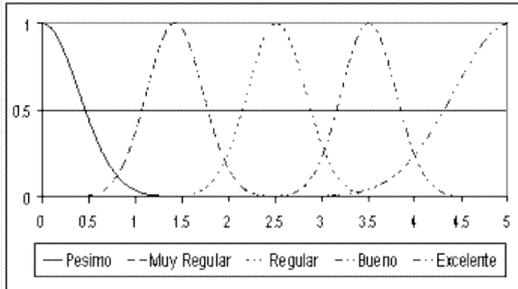
En este aparte se presenta el método de evaluación de estudiantes implementado usando la lógica difusa. El sistema propuesto se compone de tres entradas: *notas de exámenes (NP)*, *notas de tareas y calificaciones adicionales (NT)* y el componente subjetivo de *motivación del estudiante (M)*. El universo del discurso para *NP* y *NT* se estableció de 0 a 5, con las siguientes variables lingüísticas: “Pésimo”, “Muy regular”, “Regular”, “Bueno” y “Excelente”. En el caso de la entrada *M* se establecieron tres variables lingüísticas “Baja”, “Media” y “Alta”. La función de pertenencia para cada una de las variables lingüísticas se definió como tipo Gaussiana. En la gráfica 2 se muestran las funciones de pertenencia de cada una de las entradas del sistema difuso propuesto con sus diferentes variables lingüísticas.

En el sistema difuso propuesto se estableció una única salida con el nombre de aprobación (*A*). La zona considerada como de “No aprobación” del curso se dividió en dos variables; *No aprobo1* y *No Aprobo2*, que corresponde a notas inferiores a 2; la zona de “Habilitación” que corresponde a notas entre 2 y 3 y por último, la zona de “Aprobación” que se fraccionó en dos variables; *Aprobo1* y *Aprobo2*, que corresponden a notas mayores a 3. La división de las zonas de

*Aprobación y No aprobación* tiene como propósito facilitar la determinación de la nota definitiva o salida escalar del sistema difuso. (Ver gráfica 3).

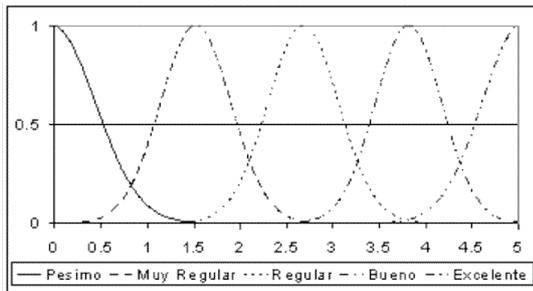
Gráfica 2. Funciones de pertenencia para cada una de las entradas del sistema difuso

a) Notas de exámenes



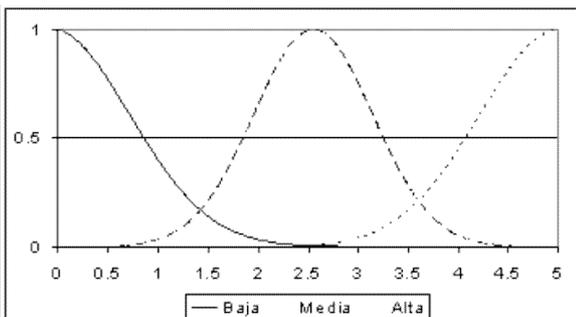
En sistemas de lógica difusa en los que intervienen muchas variables lingüísticas, entradas y salidas, se presenta el inconveniente del gran número de reglas; resultando más complejo el establecimiento de las relaciones causales entre las distintas entradas y salidas.

b) Notas de trabajo

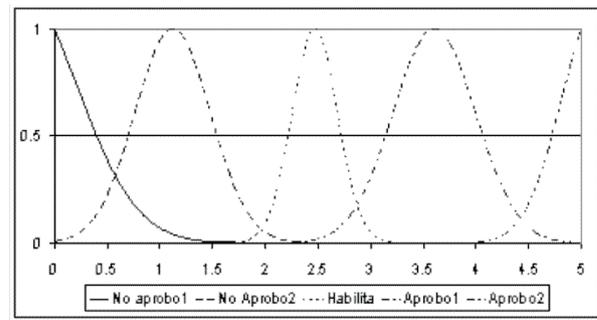


Un aspecto importante en el diseño de un sistema difuso es la asignación de las reglas (*IF – THEN*). Por ejemplo, si *NP* es pésima, *NT* es pésima y *M* es baja entonces la nota final es *No aprobol*.

c) Motivación del estudiante



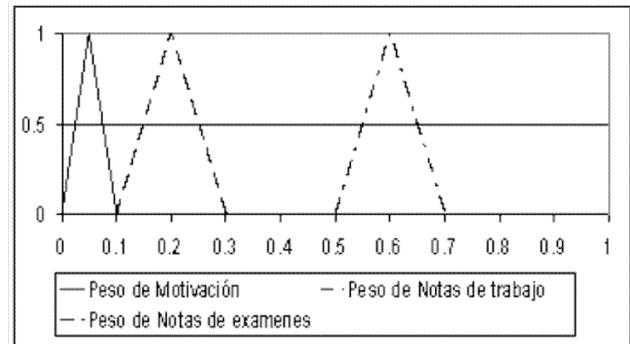
Gráfica 3. Variable de salida del sistema difuso



Este trabajo se caracteriza por la gran cantidad de variables lingüísticas de entrada y salida, 18 en total, lo cual produce por combinatoria de éstas un total de 75 reglas.

Por lo anterior, se propone un método automático de generación de reglas usando la aritmética difusa (Bandemer *et al.*, 1996) la cual se utilizó para relacionar las variables lingüísticas de cada entrada con las variables lingüísticas de salida. En esta relación se estableció un peso a cada entrada en relación con la importancia de la entrada con respecto a la evaluación total del desempeño del estudiante (Ver gráfica 4).

Gráfica 4. Pesos de los parámetros de entrada para la creación de reglas



El método utilizado para combinar la información difusa con diferentes pesos es el *promedio ponderado difuso A*, ver Ec. (10), el cual genera una nueva función de pertenencia.

$$A = \frac{\sum_{i=1}^3 K_i W_i}{\sum_{i=1}^3 W_i} \quad (10)$$

Donde  $K_i$  es la función de pertenencia asociada a cada variable lingüística del parámetro de entrada  $i$  ( $NP$ ,  $NT$ ,  $M$ ),  $W$  es la función de pertenencia de peso o importancia de cada parámetro de entrada  $i$ .

El cálculo del promedio ponderado difuso para relacionar la entrada con la salida se realizó en la siguiente secuencia:

1. Se seleccionaron todas las combinaciones posibles de las variables lingüísticas y sus entradas. El número de combinaciones es de 75.
2. Se combinaron las variables de entrada junto con las funciones de importancia, por medio del promedio ponderado difuso para obtener un conjunto difuso de salida con un universo de discurso entre 0 y 5.
3. Se transforma el conjunto difuso resultante en una expresión lingüística: *No aprobo1*, *No aprobo2*, *Habilita*, *Aprobo1*, *Aprobo2*. La anterior transformación se realizó mediante la siguiente secuencia: Primero, transformación de variables lingüísticas a escalares del conjunto difuso resultante y las funciones de pertenencia de la salida. Segundo, se determina la distancia entre el conjunto difuso resultante y las funciones de pertenencia de la salida. Tercero, se asigna la variable lingüística de salida a la regla creada usando la mínima distancia entre el conjunto difuso resultante y las funciones de pertenencia de la salida, ver gráfica 5. El método de transformación de variables lingüísticas a escalares utilizado es el centro de gravedad.

En el sistema difuso propuesto se utilizó el motor de inferencia tipo *Mamdani* en donde se usa el método *Prod* para el *And*, el método *Max* para *Or*, *Min* para la implicación, *Sum* para la agregación y el Centro de Gravedad para la transformación de variables lingüísticas a escalares.

## Resultados

El sistema propuesto se verifica a través del planteamiento de escenarios de evaluación de alta incertidumbre en la definición de aprobación o no, usando el método tradicional.

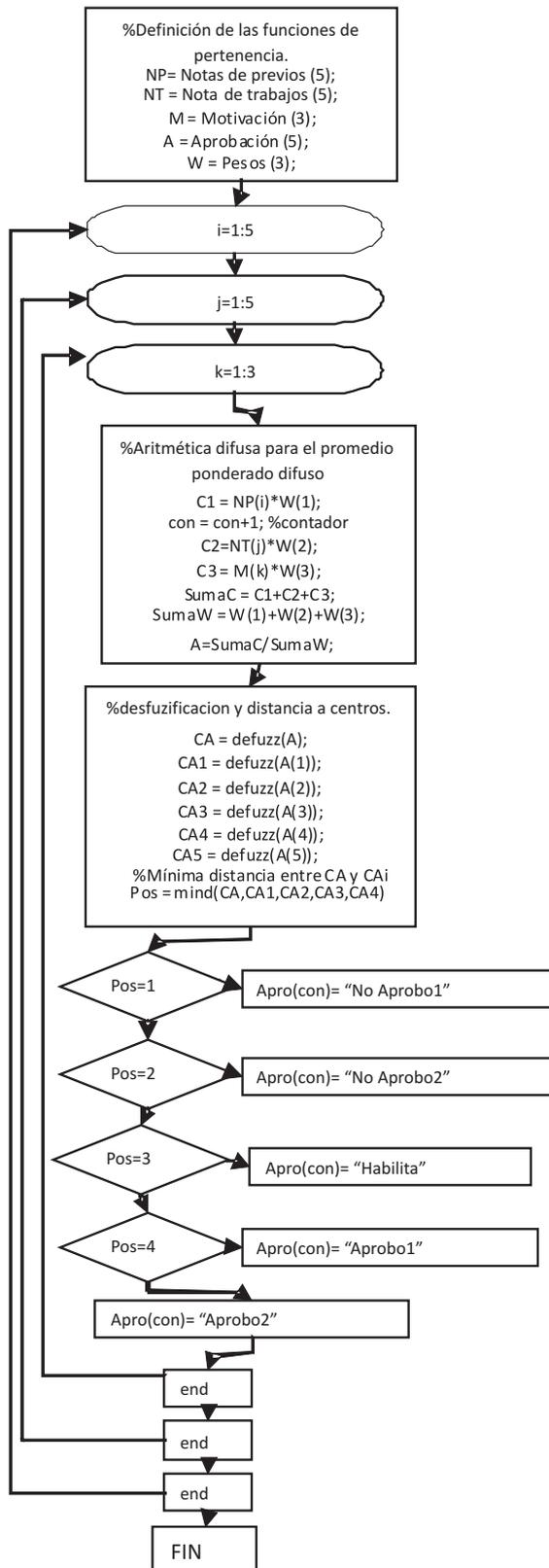
Los resultados del sistema difuso mostrados en la tabla 1, indican que para los escenarios en los cuales el estudiante se encontraba muy cerca del umbral para aprobar el curso (Escenario 1 y 2), la entrada  $M$  definió satisfactoriamente la aprobación o no del curso, adicionando el componente subjetivo al proceso evaluativo del estudiante. La tabla 1 muestra el escenario 3 en el cual las  $NP$  y  $NT$  estaban cerca del umbral por debajo y el valor de  $M$  no fue suficiente para que el estudiante aprobara el curso. Por último, el escenario 4 en el cual las notas  $NP$  y  $NT$  tienen un valor alto lo cual no afecta la situación de aprobación o no del curso.

Tabla 1. Simulación de notas en el sistema de inferencia difuso

Esc.	NP	NT	M	Nota Final	Salida
1	2.8	3.1	Baja	2.89	Habilita
	2.8	3.1	Media	2.96	Aprobo1
	2.8	3.1	Alta	3.01	Aprobo1
2	3.1	2.5	Baja	2.91	Habilita
	3.1	2.5	Media	2.99	Aprobo1
	3.1	2.5	Alta	3.05	Aprobo1
3	3	2	Baja	2.65	Habilita
	3	2	Media	2.74	Habilita
	3	2	Alta	2.86	Habilita
4	3	3.2	Baja	3.02	Aprobo1
	3	3.2	Media	3.1	Aprobo1
	3	3.2	Alta	3.24	Aprobo1

Las pruebas realizadas demostraron que el sistema difuso propuesto es confiable y lo suficientemente robusto para establecer decisiones de aprobación o no de un curso, cuando los valores de  $NP$  y  $NT$  están muy cerca del umbral de aprobación y la entrada  $M$  es considerada en la evaluación. Adicionalmente, el sistema provee la salida correspondiente a examen aprobatorio (habilitación). En algunos sistema evaluativos la opción de examen aprobatorio es posible cuando el promedio aritmético del estudiante está por encima de cierto valor predeterminado.

Gráfica 5. Algoritmo de generación de reglas para el sistema difuso



## Conclusiones

El sistema difuso implementado en este trabajo intenta imitar el proceso de pensamiento subjetivo que realiza eventualmente el docente, para decidir la aprobación o no del curso por parte del estudiante cuando su nota final está cerca del umbral establecido como nota aprobatoria. El criterio utilizado tradicionalmente en este proceso evaluativo generalmente usa otro tipo de variables distintas a las notas del curso como la asistencia y la motivación pero enmarcadas en un proceso subjetivo. El sistema difuso propuesto emula de una forma más objetiva el proceso arriba descrito.

El sistema de lógica difusa implementado demostró ser una herramienta confiable en la evaluación del desempeño de los estudiantes. En su validación experimental se realizaron simulaciones para valores de *NP* y *NT* que se encontraban cercanas al umbral junto con la variable de motivación. El sistema de inferencia difuso logró decidir objetivamente la situación del estudiante en cuanto a aprobar y no aprobar el curso basado en un proceso sistemático de análisis de la información.

El método de evaluación planteado invita a realizar cambios metodológicos y pedagógicos en el proceso de valoración del desempeño de los estudiantes, debido a que el profesor debe considerar aspectos adicionales a las evaluaciones escritas y tareas como la motivación y la participación del estudiante en la determinación de la aprobación y nota final del curso.

## Referencias

Bandemer, H. y Gottwald, S. Fuzzy Sets, (1996). Fuzzy Logic, Fuzzy Methods with Applications. New York: Jhon Wiley and Sons. 50.

Biswas, R., (1995). *An application of fuzzy sets in students' evaluation*, Fuzzy sets and systems, Vol. 74. 187 -194.

Chen, S. and Lee, C. (1999). *New methods for students' evaluation using fuzzy sets*, Fuzzy sets and systems, Vol. 104. 209 -218

Holgado C. (1995). Controladores en lógica borrosa. Servicio de Publicaciones de la Universidad de Cadiz. ISBN: 84-7786-248-6. 65.

- Jones, A., Kaufmann, A. y Zimmermann, H.J. (1986). *Fuzzy Sets Theory and Applications*, D. Reidel Publishing Company y NATO ASI Series, series C: Mathematical and Physical Sciences. 177-403.
- Mamdani, E.H. and S. Assilian (1975). An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller, *International Journal of Man-Machine Studies*, Vol. 7, No. 1. 1-13
- Martin del Brio, B. y Sanz, A. (1997). *Redes neuronales y sistemas borrosos. Introducción teoría y práctica*, Ra-ma editorial, Madrid. 387
- Tee, A.B., Bowman, M.D., y Sinha, K.C. (1988). A fuzzy mathematical approach for bridge condition evaluation. *Civil engineering System*. 5,17-24
- Trillas, E., Alsina, C., Terricabras, J. (1995). *Introducción a la lógica borrosa*, Editorial Ariel, Barcelona. 226.
- Zadeh, L.A. (1965). Fuzzy sets, *Inform. and Control*, Vol. 8. 338-353
- Zimmermann, H.J. (1996). *Fuzzy set theory and Applications*, third edition, Kluwer academic publisher, Boston. 435

## Sobre los autores

---

### Iván Darío Gómez Araujo

Profesor Cátedra, Universidad Industrial de Santander. Ingeniero Civil, Universidad Industrial de Santander Bucaramanga, Colombia (2006). Candidato a Magíster en Ingeniería Civil, Universidad Industrial de Santander Bucaramanga, Colombia. Joven investigador de Colciencias, (2006).

### Jabid Eduardo Quiroga Mendez

Profesor Asociado, Universidad Industrial de Santander. Ingeniero Mecánico, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia (1995). Especialista en Docencia Universitaria, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia

(2000). Pasantía en la Polytechnic University, Tokio, Japón (2004), MSc. En Ingeniería Mecánica, Florida State University, Tallahassee, Estados Unidos (2008). El área de énfasis de su investigación es inteligencia artificial aplicada a identificación de sistemas y detección de fallas.

### Neyid Jasbon Carvajal

Profesor Cátedra, Universidad Industrial de Santander. Ingeniero Civil, Universidad Industrial de Santander Bucaramanga, Colombia (2005). Candidato a Magíster en Ingeniería Civil, Universidad Industrial de Santander.

Los puntos de vista expresados en este artículo no reflejan necesariamente la opinión de la Asociación Colombiana de Facultades de Ingeniería.